



수험번호

성명

페이지

1/6

[문제 1-1]

$x < \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x > \frac{\pi}{2}$ 인 경우로 나누어 생각한다.

① $x < \frac{\pi}{2}$

$\cos x > 0$ 이므로 $x - \cos x < x$ 이고 $x - \cos x$ 의 최솟값은 $x=0$ 일 때 -1 이므로

$-1 \leq x - \cos x < x < \frac{\pi}{2}$ 이다. $-\frac{\pi}{2} < -1 < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\sin x$ 는 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 일 때 증가하므로 $\sin(x - \cos x) < \sin x$ 이다.

② $x > \frac{\pi}{2}$

$\cos x < 0$ 이므로 $x - \cos x > x - 1$ 이고, $x - \cos x$ 의 최댓값은 $x=\pi$ 일 때 $\pi+1$ 이므로

$\frac{\pi}{2} < x < x - \cos x \leq \pi+1$ 이다. $\pi+1 < \frac{3}{2}\pi$ 이고 $\sin x$ 는 $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3}{2}\pi$ 에서 감소하므로

$\sin(x - \cos x) < \sin x$ 이다.

③ $x = \frac{\pi}{2}$

$\cos \frac{\pi}{2} = 0$ 이므로 $x = x - \cos x$, $\sin(x - \cos x) = \sin x$ 이다.

$\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$ 일 때는 $\sin(x - \cos x) = \sin x$ 이고, $[0, \pi] - \{\frac{\pi}{2}\}$ 에서는 $\sin(x - \cos x) < \sin x$ 이다.



수험번호

성명

페이지

2/6

[문제 1-2]

$(-x) \cos^3(-x) = -x \cos^3 x$, $(-x)^3 \cos(-x) = -x^3 \cos x$ 이고, $\sin(-x) = -\sin x$ 이므로

주어진 피적분함수는 기함수이다. 그리고 적분 범위의 양 끝점은 적댓값이 같고 부호가 반대이므로
이 적분의 결과는 0이다.

2



수험번호

성명

페이지

3/6

[문제 1-3]

$$\begin{aligned}
 f(-x) &= -2x \cos(-2x) - \sin(-x) = -(2x \cos 2x - \sin x) = -f(x) \text{ 이므로 } f(x) \text{는 기함수이고,} \\
 g(x) &= 2x f(x) - \cos 2x \text{ 이므로 } g(-x) = -2x f(-x) - \cos(-2x) = (-2x) \times [-f(x)] - \cos 2x \\
 &= 2x f(x) - \cos 2x = g(x) \text{ 이므로 } g(x) \text{는 짝함수이다, 따라서 } 2x g(x) - f(x) \text{ 는} \\
 &-2x g(-x) - f(-x) = -2x g(x) + f(x) = -\{2x g(x) - f(x)\} \text{ 이므로 기함수이다. 따라서} \\
 \left(\frac{3}{2}\right) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} g(x) dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \{2x g(x) - f(x)\} dx \\
 &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \{2x f(x) - \cos 2x\} dx \\
 &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x^2 \cos 2x - 2x \sin x - \cos 2x) dx \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x^2 - 1) \times 2 \cos 2x dx - 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx \\
 &= [(4x^2 - 1) \sin 2x]_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin 2x \times 2 dx - 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx \\
 &= 0 - 0 - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt - 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt \\
 \int t \sin t dt &= -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t + \sin t + C \text{ 이므로} \\
 \left(\frac{3}{2}\right) &= -2 \left[-t \cos t + \sin t \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - 4 \left[-t \cos t + \sin t \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \underline{\underline{-2\pi - 4}}
 \end{aligned}$$



수험번호

성명

페이지

4/6

[문제 2-1]

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \text{이므로}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) \} \quad \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \sin t \sin \left(\frac{\pi}{3} - t \right) &= \frac{1}{2} \left[\cos \left\{ t - \left(\frac{\pi}{3} - t \right) \right\} - \cos \left\{ t + \left(\frac{\pi}{3} - t \right) \right\} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \cos \left(2t - \frac{\pi}{3} \right) - \cos \frac{\pi}{3} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cos \left(2t - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{1}{4} \end{aligned}$$

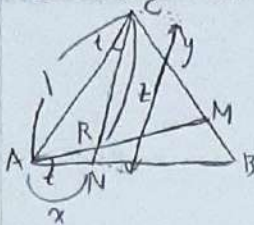
$\frac{2}{3}$ $a = \frac{1}{2}, b = 2, c = -\frac{\pi}{3}, d = -\frac{1}{4}$ 이면 문식은 성립하고 a, b, c, d 는 모두 서로 다르므로

집합 $\left\{ \frac{1}{2}, 2, -\frac{\pi}{3}, -\frac{1}{4} \right\}$ 는 $\{a, b, c, d\}$ 로 적합하다.

4



[문제 2-2]



$$\frac{x}{\sin t} = \frac{y}{\sin \frac{\pi}{3}} \text{ 이므로 } \frac{x}{y} = \frac{2 \sin t}{\sqrt{3}} \text{ 이며, } t=0 \text{ 일 때 } x=0 \text{ 이므로 이 식은}$$

$t=0$ 일 때도 성립한다. ($y \neq 0$)

$$\frac{z}{\sin(\frac{\pi}{3}-t)} = \frac{1}{\sin \angle ARC} \text{ 이고 } \angle ARC = \frac{2\pi}{3} \text{ 이므로 } z = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\frac{\pi}{3}-t) \text{ 이며, } t=\frac{\pi}{3} \text{ 일 때}$$

$z=0$ 이 되므로 위 식은 $t=\frac{\pi}{3}$ 일 때도 성립한다.

이다. 따라서

$$\frac{\Delta ARC}{\Delta ABC} = \frac{x}{1} \times \frac{z}{y} = \frac{x}{y} \times z = \frac{2 \sin t}{\sqrt{3}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\frac{\pi}{3}-t) = \frac{4}{3} \sin t \sin(\frac{\pi}{3}-t)$$

$$[\text{문제 2-1}] \text{의 결과를 이용하여 정리하면 } \frac{\Delta ARC}{\Delta ABC} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} \left\{ \cos(2t - \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{2} \right\} = \frac{2}{3} \cos(2t - \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{3}$$

$$\text{이므로 } S(t) = |\Delta ABC - 3 \Delta ARC| = \Delta ABC \left| 1 - \left\{ \frac{2}{3} \cos(2t - \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{3} \right\} \times 3 \right|$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times |2 - 2 \cos(2t - \frac{\pi}{3})| = \frac{\sqrt{3}}{2} |1 - \cos(2t - \frac{\pi}{3})| \text{ 이고 } 1 - \cos(2t - \frac{\pi}{3}) \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$S(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \{1 - \cos(2t - \frac{\pi}{3})\}$$

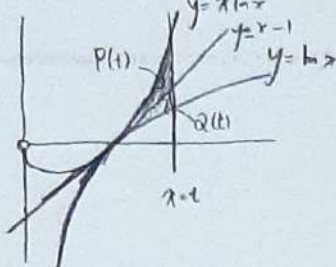
$$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{3}} S(t) dt = \frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \{1 - \cos(2t - \frac{\pi}{3})\} dt$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \left[t - \frac{1}{2} \sin(2t - \frac{\pi}{3}) \right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left\{ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \sin(-\frac{\pi}{3}) \right\} = \frac{\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{3}{4}$$



[문제 2-3]



$(x \ln x)' = 1 + \ln x$ 이므로 $x \ln x$ 의 접선을 조사하면 아래와 같다.

x	$0+$	$\frac{1}{e}$	1	
$\frac{dy}{dx}$	$-\infty$	$(-)$	0	$(+)$
y	$0-$	\searrow	\nearrow	0

$y = x \ln x$ 와 $y = \ln x$ 의 $(1, 0)$ 에서의 접선은 $y = x - 1$ 로 동일하다.

$$P(t) = \int_1^t (x \ln x - x + 1) dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \ln x \right]_1^t - \int_1^t \left(\frac{1}{2} x + x - 1 \right) dx = \frac{1}{2} t^2 \ln t - \frac{3}{4} t^2 + t - \frac{1}{4}$$

$$Q(t) = \int_1^t (x - 1 - \ln x) dx = \left[\frac{1}{2} x^2 - x - x \ln x + x \right]_1^t = \frac{1}{2} t^2 - t \ln t - \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{P(t)}{Q(t)} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} t^2 \ln t - \frac{3}{4} t^2 + t - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} t^2 - t \ln t - \frac{1}{2} t} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\ln t}{t} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{t} + \frac{1}{t} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{t^0}}{\frac{1}{2} - \frac{\ln t}{t} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{t^0}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\ln t}{t}}{\frac{1}{2} - \frac{\ln t}{t}} \end{aligned}$$

$x \geq 0$ 에서 $(e^x)' \geq (x+1)'$ 이고 $x=0$ 일 때 $e^x = x+1$ 이므로 $e^x \geq x+1$ 이다. 마찬가지로

$(e^x)' \geq \left(\frac{x^2}{2} + x + 1 \right)'$ 이고 $x=0$ 일 때 $e^x = \frac{x^2}{2} + x + 1$ 이므로 $e^x \geq \frac{x^2}{2} + x + 1$ 이다. 따라서 $x \geq 0$

에서 $0 \leq \frac{x}{e^x} \leq \frac{x}{\frac{x^2}{2} + x + 1}$ 이고 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\frac{x^2}{2} + x + 1} = 0$ 이므로 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln t}{t} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ (by 샌드위치 정리)

$$\frac{3}{2}, \left(\frac{3}{2} \right) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\ln t}{t}}{\frac{1}{2} - \frac{\ln t}{t}} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$$